УДК 614.838.44:536.3
DOI: https://doi.org/10.37657/vniipo.avpb.2026.55.83.001
EDN: https://elibrary.ru/cjfjrl

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВАКУАЦИОННЫХ ВЫХОДОВ В ЗДАНИЯХ КОРИДОРНОГО КРИВОЛИНЕЙНОГО ТИПА. ВОЗМОЖНОСТЬ УТОЧНЕНИЯ ШИРИНЫ КОРИДОРА

Валерий Геннадьевич Шамонин, Алексей Викторович Голкин, Станислав Анатольевич Зуев, Светлана Юрьевна Хатунцева

Всероссийский ордена “Знак Почета” научно-исследовательский институт противопожарной обороны Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий (ФГБУ ВНИИПО МЧС России), г. Балашиха, Московская область, Россия.

Аннотация. Рассмотрена возможность решения задачи оптимального выбора эвакуационных выходов вдоль одной или обеих сторон криволинейных коридоров, обе стороны которого являются половинами эллипсов или парабол, при этом ширина таких коридоров изменяется по длине. Предложены два способа расчета таких коридоров: с одномерной безусловной оптимизацией и по классической теории Куна – Таккера.

Ключевые слова: эвакуационный выход, активные и неактивные ограничения, нелинейное программирование, условный экстремум, матрица Гессе

Для цитирования: Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного криволинейного типа. Возможность уточнения ширины коридора / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2026. № 1 (27). С. 7–12. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2026.55.83.001. EDN CJFJRL.

DESIGN OF EVACUATION EXITS IN CURVED CORRIDOR TYPE BUILDINGS. THE POSSIBILITY OF SPECIFYING THE WIDTH OF THE CORRIDOR

Valery G. Shamonin, Alexey V. Golkin, Stanislav A. Zuev, Svetlana Yu. Khatuntseva

All-Russian Research Institute for Fire Protection (VNIIPO), the Ministry of the Russian Federation for Civil Defence, Emergencies and Elimination of Consequences of Natural Disasters (EMERCOM of Russia), Balashikha, Moscow region, Russia.

Abstract. The possibility of solving the problem of optimal choice of evacuation exits along one or both sides of curved corridors, both sides of which are halves of ellipses or parabolas, while the width of such corridors varies in length, is considered. There are proposed two methods for calculating such corridors: with one-dimensional unconditional optimization and according to the classical Kuhn-Tucker theory.

Keywords: evacuation exit, active and inactive constraints, nonlinear programming, conditional extremum, Hesse matrix

For citation: Shamonin V.G., Golkin A.V., Zuev S.A., Khatuntseva S.Yu. Design of evacuation exits in curved corridor type buildings. The possibility of specifying the width of the corridor. Aktual'nye voprosy pozharnoi bezopasnosti – Current Fire Safety Issues, 2026, no. 1, pp. 7-12. (In Russ.). DOI 10.37657/vniipo.avpb.2026.55.83.001. EDN CJFJRL.

Введение

Работа является продолжением предыдущих публикаций [1, 2]. Рассматривается вопрос об изменении ширины коридора, обе стороны которого являются верхними половинами эллипсов или парабол. При этом рассматривается только правая половина коридора (симметрия), а в статье [2] его ширины на вершине и правом конце задавались равной проектной величине h_0. Как отмечено в статье [1], верхний эллипс не является эквидистантом по отношению к нижнему, т. е. ширина $H \neq Const$. В статье [2] было выявлено на примере (с типичными геометрическими характеристиками), что уширение незначительно (~20 %). Вместе с тем в статье [1] было отмечено, что использование эквидистанта сопряжено с немалыми трудностями.

В работе [1] была предпринята попытка уменьшить изменения ширины коридора h [1, рис.1], если на его торцах и на вершине задавать различные (варьируемые) значения h_1 и h_0 соответственно. Наконец, как отмечено в статье [1], осложняющим фактором является то, что рассматриваемая область (коридор) не является выпуклой.

Постановка задачи

1. Эллиптический коридор

Для решения нашей задачи имеем следующие соотношения:

Уравнения эллипсов:

$$\frac{x_{ex}^2}{(a+h_1)^2} + \frac{y_{ex}^2}{(b+h_0)^2} = 1;\ \frac{x_{in}^2}{a^2} + \frac{y_{in}^2}{b^2} = 1. \tag{1}$$

Уравнение нормали к внутреннему эллипсу (x_{in}, y_{in}) из точки (x_{ex}, y_{ex}) на внешнем (кратчайшее расстояние) имеет вид [4]:

$$X - x_{in} + dy_{in}/dx(Y - y_{in}) = 0. \tag{2}$$

Здесь и далее индексы ex и in (*exterhal*, *internal*) символизируют точки на верхнем и нижнем эллипсах соответственно.

Переходим к безразмерным переменным (деление на a и опускание черточки ‾ над переменными). Тогда будем иметь:

$$x_{in}^2 + y_{in}^2/\gamma^2 = 1;\ x_{ex}^2/(1 + h_1)^2 + y_{ex}^2/(\gamma + h_0)^2 = 1,\ \gamma = b/a; \tag{3}$$

$$x_{ex} - x_{in} - \gamma^2 x_{in}(y_{ex} - y_{in})/y_{in} = 0. \tag{4}$$

Локальная ширина коридора $h_*^2 = (x_{ex} - x_{in})^2 + (y_{ex} - y_{in})^2 =$ (с учетом (3) и (4)) = $\gamma^2(y_{ex}/y_{in} - 1)^2\,[1 - (1 - \gamma^2)x_{in}^2]$. (5)

С помощью соотношений (3) и (4) необходимо получить аналитическую зависимость $y_{ex} = y_{ex}(x_{in})$ и, далее, $h_* = h_*(x_{in}, h_1, h_0)$. (6)

Интегральное (по ¼ длины внутреннего эллипса) отклонение локальной ширины коридора h_* от проектной величины h_p целесообразно оценить «функционалом» $F(h_1, h_0) = \int_0^1 (h_* - h_p)^2 dS_{in}$, (7)

где $dS_{in} = \sqrt{(1 + (dy_{in}/dx_{in})^2)}\,dx_{in} = \sqrt{(1 - \gamma^2 x_{in}/y_{in})}\,dx_{in}$.

Решением поставленной во введении задачи является минимизация целевой функции (7) при ограничениях-неравенствах $h_1 \geq 0$, $h_0 \geq 0$ и $(h_1 + h_0)/2 = h_p$ – ограничении-равенстве (8)

(7) + (8) является задачей нелинейного программирования [4–9 и др.]:

Решение этой задачи является поиск функции Лагранжа $L((\mathbf{z}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = F(\mathbf{z}^*) + \lambda_1^* g_1(\mathbf{z}^*) + \lambda_2^* g_2(\mathbf{z}^*) + \lambda_3^* g_3(\mathbf{z}^*)$, где $\boldsymbol{\lambda}^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*)^T \neq 0$ (вектор множителей Лагранжа), $\mathbf{z}^* = (z_1^*\ z_2^*)^T$ – вектор оптимизируемых переменных ($z_1 = h_1$, $z_2 = h_0$); звездочка * символизирует экстремальное (минимальное или максимальное значение), такой, что антиградиент функции Лагранжа является линейной комбинацией градиентов всех ограничений (8), т. е. условием ее стационарности:

$$\frac{\partial L(\mathbf{z}^*,\boldsymbol{\lambda}^*)}{\partial z_i} = 0,\ i = 1{,}2, \tag{9}$$

а также и следующих условий:

- ограничений (8), неотрицательности (для минимума) $\lambda_i^* \geq 0$ или неположительности (для максимума)

$$\lambda_i^* \leq 0,\ i = 1{,}2; \tag{10}$$

- условие дополнительной нежесткости

$$\lambda_i^* g_i(\mathbf{z}^*) = 0,\ i = 1{,}2. \tag{11}$$

Последнее условие означает, что если ограничение-неравенство в точке $\mathbf{z}^*$ пассивное, т. е. $g_i(\mathbf{z}^*) < 0$, то $\lambda_i^* = 0$, а если активное, т. е. $g_i(\mathbf{z}^*) = 0$, то $\lambda_i^* \geq 0$ (для минимума) или $\lambda_i^* \leq 0$ (для максимума).

При этом еще должно выполняться условие регулярности: градиенты активных ограничений-неравенств и ограничений-равенств в точке $\mathbf{z}^*$ линейно независимы.

Выше обозначено: $g_1 = -z_1$, $g_2 = -z_2$, $g_3 = z_1 + z_2 - 2h_p$.

Из трех соотношений (9)–(11) первое для анализа – самое сложное. Градиент целевой функции (7) = $(\partial F/\partial h_1,\ \partial F/\partial h_0)^T$. Рассмотрим первую компоненту. В соответствии с формулами (5) и (7) подкоренное выражение в $\partial F/\partial h_1 = \int_0^1(***)dS_{in}$ будет зависеть только от переменной интегрирования x_{in}, если будет получена зависимость $y_{ex}(x_{in})$, поскольку $y_{in} = \gamma\sqrt{1 - x_{in}^2}$.

Исключая из второго уравнения (3) и (4) x_{ex}, получим:

$$Ay_{ex}^2 + 2By_{ex} + C = 0, \tag{12}$$

где $A = [(1 + h_1)/(\gamma + h_0)]^2 + \gamma^4 x_{in}^2/y_{in}^2$; $B = \gamma^2(1 - \gamma^2)x_{in}^2/y_{in}$;

$C = (1 - \gamma^2)^2 x_{in}^2 - (1 + h_1)^2$.

Можно показать, что $C < 0$, тогда положительный корень (12) есть

$$y_{ex} = \left(\sqrt{B^2 - AC} - B\right)/A. \tag{13}$$

Проверим правильность этой формулы для правого конца и вершины коридора.

1. $x_{in} \to 1$, $y_{in} \to 0$. Имеем: $A \to \gamma^4/y_{in}^2$; $B \to \gamma^2(1 - \gamma^2)/y_{in}$;

$C \to (1 - \gamma^2)^2 - (1 + h_1)^2$.

Дискриминант $D = B^2 - AC \to [\gamma^2(1 - \gamma^2)/y_{in}]^2 + \gamma^4/y_{in}^2|C| = [\gamma^2(1 + h_1)/y_{in}]^2$, тогда $y_{ex} \to [\gamma^2(1 + h_1)/y_{in} - \gamma^2(1 - \gamma^2)/y_{in}]y_{in}^2/\gamma^4 = y_{in}(h_1 + \gamma_2)/\gamma^2 \to 0$, ч. т. д.

2. $x_{in} \to 0$, $y_{in} \to \gamma$. Имеем: $A \to [(1 + h_1)/(\gamma + h_0)]^2$; $B \to 0$; $C \to -(1 + h_1)^2$;

$D \to [(1 + h_1)^2/(\gamma + h_0)]^2$; $y_{ex} \to [(1 + h_1)^2/(\gamma + h_0)][(\gamma + h_0)/(1 + h_1)]^2 = \gamma + h_0$,

3. Поскольку коэффициенты уравнения (12) не все постоянны, т. е. $A = A(h_1,\ h_0)$, $C = C(h_1)$, то для $\partial y_{ex}/\partial h_1$ (и в несколько меньшей степени $\partial y_{ex}/\partial h_0$), будем иметь очень громоздкие выражения. Далее, нахождение стационарных точек функции Лагранжа (уравнение (9)) представляет собой очень сложную процедуру из-за громоздких выражений градиента (7). Кроме того, поскольку по-

ставлена задача минимизации, положительная определенность матрицы вторых производных (Гессе) – $\partial^2 L/\partial h_1 \partial h_0$, т. е. необходимо повторное дифференцирование целевой функции.

Альтернативный, более простой способ заключается в следующем.

Приближенно решается минимаксная задача (minmax). Задаем число N (скажем, N = 20) узлов отрезка 0 ≤ x_{in} ≤1, в которых рассчитывается локальная ширина коридора h^* по формуле (5) и находится максимальное значение $(\max h^*)^{(k)}$, при этом ширины коридора на концах равны $h_1^{(k)}$ и $h_0^{(k)} = 2h_p - h_1^{(k)}$. Варьирование этих величин в окрестности, скажем $h_1^{(k)}$ = 1,1 или 0,9, получим $\min_k (\max h^*)^{(k)}$ – минимальное значение этого максимума.

2. Параболический коридор

В соответствии со статьей [10] следующие безразмерные соотношения для внутренней и внешних парабол :

$$y_{in} = \gamma(1 - x_{in}^2), \tag{14}$$

$$y_{ex} = (\gamma + h_0)[1 - x_{ex}^2/(1 + h_1)^2], \tag{15}$$

а также соотношение между координатами парабол, вытекающее из уравнения нормали к внутренней параболе в точке (x_{in}, y_{in}):

$$x_{ex} - x_{in} - 2\gamma x_{in}(y_{ex} - y_{in}) = 0. \tag{16}$$

Приравнивая выражения для x_{ex}^2 из уравнений (15) и (16) после несложных преобразований получим квадратное уравнение относительно $y_{ex} A y_{ex}^2 + B y_{ex} + C = 0$ с коэффициентами:

$$A = 4\gamma^2;\ B = 4\gamma - 8\gamma^2 y_{in} + (1 + h_1)^2/\ [(\gamma + h_0)x_{in}^2];\ C = 1 - 4\gamma y_{in} + 4\gamma^2 y_{in}^2 - (1 + h_1)^2/x_{in}^2. \tag{17}$$

Решение этого уравнения $y_{ex} = (\sqrt{D} - B)/2A$, (18)

где дискриминант $D = B^2 - 4AC$.

Проверим правильность этой формулы для правого конца и вершины коридора.

1. $x_{in} \to 1$, $y_{in} \to 0$. Имеем: $B = 4\gamma + (1 + h_1)^2 / (\gamma + h_0)$. $C = -(2h_1 + h_1^2)$. $D = 16\gamma^2(1 + h_1)^2 + 8\gamma(1 + h_1)^2 / (\gamma + h_0) + [(1 + h_1)^2 / (\gamma + h_0)]^2$.

Далее, из (16) имеем:

$$x_{ex} = 1 + 2\gamma y_{ex} = 1 + (\sqrt{D} - B)/4\gamma. \tag{19}$$

Должны быть выполнены неравенства: $1 < x_{ex}$ и $x_{ex} < 1 + h_1$. Подставляя в формулу (19) вышеприведенные выражения для D и B, после несложных преобразований получим очевидные неравенства $1 < (1 + h_1)^2$ и $1 < 1 + h_1$, ч. т. д.

2. $x_{in} \to 0, y_{in} = \gamma$. Имеем: $B = 4\gamma - 8\gamma^3 + (1 + h_1)^2 / [(\gamma + h_0)x_{in}^2]$. $C = (1 - 2\gamma^2)^2 - (1 + h_1)^2/x_{in}^2$. $D = [(1 + h_1)^2/(\gamma + h_0)x_{in}^2]^2\{1 + 8\gamma[(1 - 2\gamma^2)/(\gamma + h_0) + 2\gamma](\gamma + h_0)^2 x_{in}^2/(1 + h_1)^2\}$.

Используя разложение $\sqrt{1+\varepsilon} = 1 + \varepsilon/2 + O(\varepsilon^2)$, получим:

$$\sqrt{D} \cong (1 + h_1)^2/(\gamma + h_0)x_{in}^2\{1 + 4\gamma[(1 - 2\gamma^2)/(\gamma + h_0) + 2\gamma](\gamma + h_0)^2 x_{in}^2/(1 + h_1)^2\}.$$

Подставляя это выражение и вышеприведенное для B, в формулу (18), получим $y_{ex} = \gamma + h_0$, ч. т. д.

Локальная ширина коридора с учетом (16):

$$h^* = (y_{ex} - y_{in})\sqrt{1 + 4\gamma^2 x_{in}^2}.$$

Как видно из формулы (17), коэффициенты $B = B(h_1, h_0)$ и $C = C(h_1)$ непостоянны, т. е. попытка решить задачу минимизации целевой функции (7) $F(h_1, h_0)$ с функции Лагранжа и помощью теории Куна – Таккера весьма проблематична из-за громоздкости выражений для $\partial y_{ex}/\partial h_1$ и $\partial y_{ex}/\partial h_0$ при вычислении $gradF = (\partial F/\partial h_1, \partial F/\partial h_0)^T$. Ситуация аналогична рассмотренному выше эллиптическому коридору. Поэтому (как и ранее) целесообразно решать рассмотренную выше минимаксную задачу.

Выводы

Рассмотренные математические методы для расчетного определения оптимального размещения эвакуационных выходов из примыкающих помещений в коридоры криволинейной формы и переменной ширины для целей минимизации смешения людских потоков и ускорения процесса эвакуации в случае пожара показали, что математическое решение указанной задачи с помощью теории Куна – Таккера требует достаточно громоздких и сложных аналитических вычислений. Поэтому в работе предложен альтернативный более простой приближенный минимаксный алгоритм поставленной задачи.

Список литературы

1. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях с коридорами эллиптической формы. Схема исследований / *А.В. Голкин, В.Г. Шамонин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2024. № 2 (20). С. 6–12. https://doi.org/10.37657/vniipo.avpb.2024.96.61.001.

2. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного эллиптического типа. Ширина коридора / *А.В. Голкин, В.Г. Шамонин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2024. № 3 (21). С. 6–14. https://doi.org/10.37657/vniipo.avpb.2024.69.92.001.

3. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1966. 607 с.

4. *Пантелеев А.В., Летова Т.А.* Методы оптимизации в примерах и задачах. Москва: Высшая школа, 2002. 544 с.

5. *Аоки М.* Введение в методы оптимизации. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977. 344 с.

6. *Базарра М., Шектти К.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. Москва: Изд-во «Мир»,1982. 583 с.

7. *Банди Б.* Методы оптимизации. Вводный курс. Москва: Радио и связь, 1988. 128 с.

8. *Мину М.* Математическое программирование. Теория и алгоритмы. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977. 488 с.

9. *Галеев Э.М., Тихомиров В.М.* Оптимизация: теория, примеры, задачи. Москва: Эдиториал УРСС, 2000. 320 с.

10. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного параболического типа. Схема исследований / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2025. № 4 (26). С. 7–14. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2025.18.28.001. EDN ATPYVC.

Статья поступила в редакцию 12.01.2026;

одобрена после рецензирования 07.02.2026;

принята к публикации 27.02.2026.

Шамонин Валерий Геннадьевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник. E-mail: k708@yandex.ru; ***Голкин Алексей Викторович*** – заместитель начальника отдела. E-mail: 2102pro@mail.ru; ***Зуев Станислав Анатольевич*** – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник; ***Хатунцева Светлана Юрьевна*** – начальник сектора. E-mail: lu2986@yandex.ru.

Всероссийский ордена “Знак Почета” научно-исследовательский институт противопожарной обороны Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий (ФГБУ ВНИИПО МЧС России), г. Балашиха, Московская область, Россия.

Valery G. Shamonin – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher. E-mail: k708@yandex.ru; ***Alexey V. Golkin*** – Deputy Head of Department. E-mail: 2102pro@mail.ru; ***Stanislav A. Zuev*** – Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher; ***Svetlana Yu. Khatuntseva*** – Chief of Sector. E-mail: lu2986@yandex.ru.

All-Russian Research Institute for Fire Protection (VNIIPO), the Ministry of the Russian Federation for Civil Defence, Emergencies and Elimination of Consequences of Natural Disasters (EMERCOM of Russia), Balashikha, Moscow region, Russia.