УДК 614.838.44:536.3
DOI: https://doi.org/10.37657/vniipo.avpb.2026.50.31.002
EDN: https://elibrary.ru/pqfskk

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВАКУАЦИОННЫХ ВЫХОДОВ В ЗДАНИЯХ КОРИДОРНОГО КРИВОЛИНЕЙНОГО ЭКВИДИСТАНТНОГО ТИПА. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ ЧЕТВЕРТОГО И ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКОВ

Валерий Геннадьевич Шамонин, Алексей Викторович Голкин, Станислав Анатольевич Зуев, Светлана Юрьевна Хатунцева

Всероссийский ордена “Знак Почета” научно-исследовательский институт противопожарной обороны Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий (ФГБУ ВНИИПО МЧС России), г. Балашиха, Московская область, Россия.

Аннотация. Рассмотрена возможность решения задачи оптимального выбора эвакуационных выходов вдоль одной или обеих сторон криволинейных коридоров. Одна сторона коридора представляет собой часть плоской алгебраической кривой порядка выше второго (лемнискаты Бернулли и Жероно (Гюйгенса), а также трисектриса Маклорена), вторая – эквидистант (равноотстоящий контур) для последующей минимизации смешения людских потоков (и, соответственно, предотвращения заторов при движении людей) при эвакуации в случае пожара или при других чрезвычайных ситуациях. Представлен алгоритм определения оптимального распределения эвакуационных выходов коридоров.

Ключевые слова: эвакуационный выход, лемниската Бернулли, лемниската Жероно, трисектриса Маклорена, эквидистант, интерполяционный сплайн, метод локальных вариаций

Для цитирования: Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного криволинейного эквидистантного типа. Алгебраические кривые четвертого и третьего порядков / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2026. № 4 (30). С. 15–23. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2026.50.31.002. EDN PQFSKK.

DESIGN OF EVACUATION EXITS IN CURVILINEAR EQUIDISTANT CORRIDOR-TYPE BUILDINGS. FOURTH- AND THIRD-ORDER ALGEBRAIC CURVES

Valery G. Shamonin, Alexey V. Golkin, Stanislav A. Zuev, Svetlana Yu. Khatuntseva

All-Russian Research Institute for Fire Protection (VNIIPO), the Ministry of the Russian Federation for Civil Defence, Emergencies and Elimination of Consequences of Natural Disasters (EMERCOM of Russia), Balashikha, Moscow region, Russia.

Abstract. The paper considers the possibility of solving the problem of optimally selecting evacuation exits along one or both sides of curved corridors. One side of corridor is a part of a plane algebraic curve of order greater than two (the lemniscates of Bernoulli and Gerono (Huygens), as well as trisectrix of Maclaurin), while the other is an equidistant contour (a curve equidistant from the first), with the aim of subsequently minimizing the mixing of pedestrian flows (and, accordingly, preventing congestion during the movement of people) during fire evacuation or other emergencies. An algorithm for determining the optimal distribution of evacuation exits in corridors is presented.

Keywords: evacuation exit, lemniscate of Bernoulli, lemniscate of Gerono, trisectrix of Maclaurin, equidistant curve, interpolation spline, method of local variations

For citation: Shamonin V.G., Golkin A.V., Zuev S.A., Khatuntseva S.Yu. Design of evacuation exits in curvilinear equidistant corridor-type buildings. Fourth- and third-order algebraic curves. Aktual'nye voprosy pozharnoi bezopasnosti – Current Fire Safety Issues, 2026, no. 4, pp. 15-23. (In Russ.). DOI 10.37657/vniipo.avpb.2026.50.31.002. EDN PQFSKK.

Введение

Оптимальное проектирование эвакуационных выходов (ЭВ) в зданиях коридорного типа является актуальной проблемой, так как при отсутствии конкретных проектных решений по расположению ЭВ, обусловленных конфигурацией этажа, предлагается решение по максимальной удаленности ЭВ друг от друга, минимизирующее смешение людских потоков (и, соответственно, возникновение паники и заторов) при эвакуации в случае пожара или других чрезвычайных ситуаций.

Рассматривается вопрос о расположении эвакуационных выходов (ЭВ) по обеим сторонам коридора, в торцах которого имеется хотя бы один ЭВ, ведущий на лестничную клетку или в безопасную зону.

Решение вышеобозначенной проблемы для простых прямоугольных и кусочно-прямоугольных конфигураций представлено в № 3 (13) и 4 (14) журнала «Актуальные вопросы пожарной безопасности» за 2022 год.

При проектировании коридоров криволинейной конфигурации наиболее простой является кольцевая (две концентрические полуокружности); рассмотрена в № 4 (18) 2023 года и № 1 (19) 2024 года журнала «Актуальные вопросы пожарной безопасности».

Во всех вышеперечисленных четырех работах для нахождения оптимального расположения ЭВ для сформулированной неклассической задачи $\max(\min)$ был использован численный вариант реализации с помощью метода локальных вариаций (МЛВ) [1].

Более сложными конфигурациями криволинейного коридора являются эллиптический и параболический типы, рассмотренные в работах [2–9]; сложность также обусловлена тем, что рассматриваемая область (коридор, см. рис. 1, 2) не является выпуклой.

Кроме того, как отмечено в статье [3], ширина эллиптического коридора не является постоянной величиной; на численном примере выявлено, что максимальное уширение достигает 20 %. В статье [4] для уменьшения ширины ЭВ предложена итерационная схема варьирования ширин h_0 и h_1 (на вершине и правом конце коридора соответственно) относительно проектной величины h.

Наконец, в статье [9] рассмотрен коридор, нижняя граница («опорная») которого является эллипсом или параболой (алгебраические кривые второго порядка), а верхняя – эквидистантом, т. е. находящаяся на заданном расстоянии $h = const$.

В настоящей работе (являющейся продолжением статьи [9]) нижняя граница которого является алгебраической кривой третьего или четвертого порядка, а верхняя – эквидистантом.

1. Лемниската Бернулли

Монография [10] представляет исчерпывающий перечень типов плоских кривых (алгебраических и трансцендентных) с именами создателей: Декарт, Диоклес, Маклорен, Чирнгаузен, Никомед, Паскаль, Штейнер, Персей, Кассини, Бернулли, Уатт, Мюнгер, Ламэ, Нейль, Архимед, Галилей, Диностратт, Штурм, Рибокур, Браудэ, Мангейм.

Лемниската Бернулли (далее – ЛБ) как член семейства овалов Кассини состоит из двух лепестков (петель), как изображено на рис. 1. Очевидно, что проектное решение, представленное на рис. 2, целесообразно предложить в виде сопряжения сегмента MA и его симметричного аналога относительно вертикальной оси $\breve{O}(\breve{y})$ (на рис. 2 обозначен пунктиром), проходящей через точку максимума M ЛБ (рис. 1 и 2). В связи с этим все нижеследующие формулы и соотношения рассматриваются только для 1-го квадранта ($x \geq 0$, $y \geq 0$).

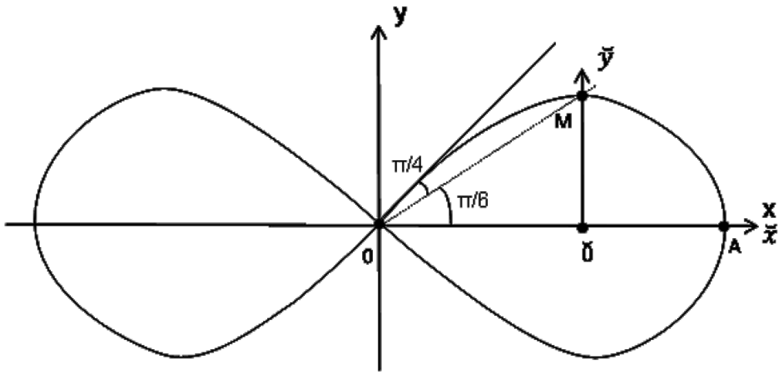

Рис. 1. Лемниската Бернулли

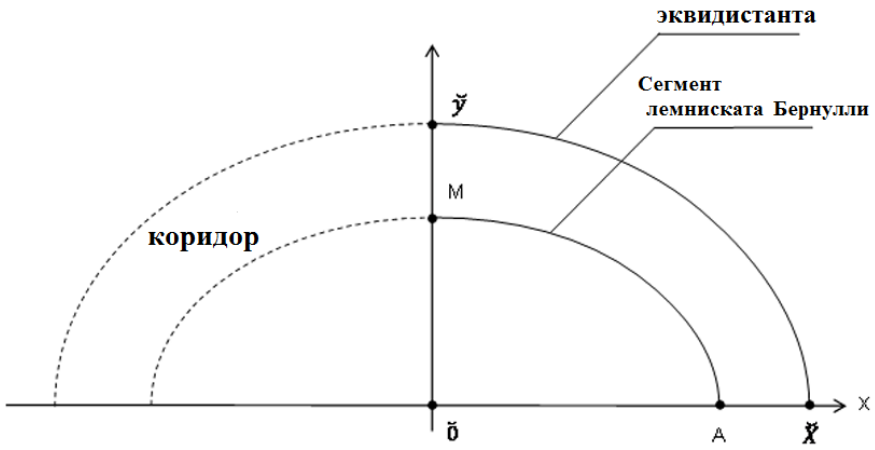

Рис. 2. Предлагаемый проект коридора Лемниската Бернулли + эквидистанта

Уравнение ЛБ в декартовых координатах с центром в точке O (рис. 1) имеет вид [10–12]:

$$(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = 0,$$

где a – масштабный фактор. Переходя к безразмерным переменным

$\bar{x} = x/a, \bar{y} = y/a$ и стирая черточки (или полагая $a = 1$), получим:

$$(x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2) = 0. \quad (1)$$

Отсюда находим координаты правого конца ЛБ (точка A): $x_A = \sqrt{2}$; $y_A = 0$.

Дифференцируя (1) и полагая там, т. е. в уравнении

$$2(x^2 + y^2)(2x + 2y \cdot y_x') - 2(2x - 2y \cdot y_x') = 0 \quad (2)$$

$y_x' = 0$ с учетом (1), находим координаты вершины ЛБ (точки M): $x_M = \sqrt{3}/2$; $y_M = 1/2$, т. е. для полярного угла точки M (рис. 1) имеем $\varphi M = \text{arctg}1/3 = \pi/6$.

Полагая в формуле (2) $x = \sqrt{2}$, получим $y_x' \cong -\sqrt{2}/(3y)$ вблизи правого конца ЛБ ($y_A = 0$), т. е. $y_x' \to -\infty$ – вертикальная касательная (рис. 1). Наклон касательной $k = y_x'(0)$ в начале координат определяется подстановкой разложения $y = y(0) + y_x'$

(0) x при $x \to +0$ в выражении (2), тогда получим $k = 1$, т. е. $\varphi(0) = \pi/4$.

В полярных координатах:

$$x = \rho\cos\varphi;\ y = \rho\sin\varphi\sim \quad (3)$$

уравнение (1) имеет вид:

$$\rho^2 = 2\cos2\varphi. \quad (4)$$

Дифференцируя выражение (4), получим:

$$\rho_\varphi{}' = -2\sin2\varphi/\rho. \quad (5)$$

Дифференцируя выражение (3) с учетом формул (4) и (5), после простых преобразований будем иметь:

$$x\varphi' = -2\sin3\varphi/\rho;\ y\varphi' = 2\cos3\varphi/\rho, \quad (6)$$

а для элемента дуги ЛБ – формулу:

$$\Delta s = \left[x_\varphi'^{\,2} + y_\varphi'^{\,2}\right]^{1/2} = 2/\rho = \sqrt{2}/\sqrt{\cos 2\varphi}. \quad (7)$$

Таким образом, для вычисления расстояний между ЭВ на ЛБ имеем формулу:

$$L_{12} = \sqrt{2}\int_{\varphi 1}^{\varphi 2}\frac{d\varphi}{\sqrt{\cos2\varphi}} = \sqrt{2}\int_{\varphi 1}^{\varphi 2}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-2\sin^2\varphi}}. \quad (8)$$

Однако, в интернете [12] и монографии [10] (последняя редакция с отсутствием списка опечаток) в формуле (8) отсутствует множитель $\sqrt{2}$. Тем не менее, в авторитетном университетском учебнике [13, с. 170, 178] (где полярные координаты обозначены r, θ) $\sqrt{2}$ фигурирует.

Формула (8) является неполным эллиптическим интегралом 1-го рода [13, 14], расчет которого целесообразно проводить с помощью квадратурных формул. Расчет полного эллиптического интеграла 2-го рода с помощью формулы Симпсона с автоматическим контролем погрешности был проведен нами в статье [4].

Уравнения эквидистанты ЛБ [14, 15] (и использованные для части эллипса [9]) имеют вид:

$$x_{eq} = x + h\Delta_x;\ y_{eq} = y - h\Delta_y, \quad (9),$$

где h – проектная безразмерная ширина коридора, индекс eq символизирует эквидистанту:

$$\Delta_x = y_\varphi{}'/\Delta s;\ \Delta_y = x_\varphi{}'/\Delta s, \quad (10)$$

знаки в выражении (9) определяются расположением эквидистанта относительно ЛБ.

Производные координат эквидистанты:

$$(\Delta_x)_\varphi{}' = y\varphi''/\Delta s + y\varphi'\,(1/\Delta s)';\ \ (\Delta y)_\varphi{}' = x\varphi''/\Delta s + x_\varphi{}'\,(1/\Delta s)'. \quad (11)$$

Далее имеем: $(1/\Delta s)_\varphi{}' = -\sin2\varphi/\rho$.

Дифференцируя выражение (6), получим:

$$x_\varphi{}'' = -2(\mathrm{tg}2\varphi\cdot\sin3\varphi + 3\cos3\varphi)/\rho;\ y_\varphi{}'' = 2(\mathrm{tg}2\varphi\cdot\sin3\varphi - 3\cos3\varphi)/\rho.$$

Дифференцируя уравнение (9), имеем:

$$(x_{eq})_\varphi{}' = x_\varphi{}' + h(\Delta_x)_\varphi{}';\ (y_{eq})_\varphi{}' = y_\varphi{}' - h(\Delta_y)_\varphi{}', \quad (12)$$

а элемент длины дуги эквидистанты определяется формулой:

$$\Delta s_{eq} = \{[(x_{eq})_\varphi{}']^2 + [(y_{eq})_\varphi{}']^2\}^{1/2}. \quad (13)$$

Очевидно, что для вычисления расстояний между ЭВ на эквидистанте по формуле $L_{12}^{(eq)} = \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} \Delta s_{eq}\, d\varphi$ необходимо воспользоваться квадратурной формулой (например, Симпсона), либо строить комбинированный параболический интерполянт [17, 18], как это было предложено в статье [9] для эллиптического «опорного» контура. Наконец, подчеркнем, что все формулы и соотношения (1–13) при разработке программы расчета следует использовать на отрезке $[x_M; x_A] = [\sqrt{3}/2; \sqrt{2}]$.

2. Лемниската Жероно

Лемниската Жероно (Гюйгенса, далее – ЛЖГ) – плоская кривая 4-го порядка, описываемая уравнением $x^4 = a^2(x^2 - y^2)$ [19]; масштабный фактор (как и выше) удобно считать равным 1. Тогда имеем:

$$x^4 = (x^2 - y^2). \tag{14}$$

Графическое изображение ЛЖГ [19] качественно почти идентично таковому на рис. 1 и 2; все последующие алгебраические манипуляции аналогичны вышеприведенным для ЛБ.

Для «опорных» точек $O(0; 0)$, $A(x_A; y_A)$, $M(x_M; y_M)$ также, как и для ЛБ, получим: $x_A = 1, y_A = 0; x_M = 1/\sqrt{2}, y_M = 1/2$.

Использование полярных координат для ЛЖГ приводит к трудоемким алгебраическим манипуляциям, также как и упомянутое в работе [19] однопараметрическое представление $x = (t^2 - 1)/(t^2 + 1); y = 2t(t^2 - 1)/(t^2 + 1)^2$, поэтому воспользуемся предложенной [19] тригонометрической параметризацией:

$$x = \cos t; y = \sin t \cdot \cos t = \sin 2t/2, \tag{15}$$

а дифференцирование по t («времени») будем обозначать точкой сверху.

Далее: $\dot{x} = -\sin t; \dot{y} = \cos 2t; \ddot{x} = -\cos t; \ddot{y} = -2\sin 2t.$ (16)

$$\Delta S^2 = x^2 + y^2 = 1 - 3\sin^2 t + 4\sin^4 t; (1/\dot{\Delta S}) = -\Delta\dot{S}/\Delta S^2;$$

$$\dot{\Delta S} = \sin 2t(1/2 - 2\cos 2t)/\Delta S; (1/\dot{\Delta S})^{\cdot} = -\sin 2t(1/2 - 2\cos 2t)/\Delta S^3. \tag{17}$$

По формулам (14–17) вычисляются координаты эквидистанты

$x_{eq} = x + h\dot{y}/\Delta S; y_{eq} = -h\dot{x}/\Delta S$, а также их производные

$\dot{x}_{eq} = \dot{x} + h[\ddot{y}/\Delta S + \dot{y}(1/\dot{\Delta S})^{\cdot}]; \dot{y}_{eq} = \dot{y} - h[\ddot{x}/\Delta S + \dot{x}(1/\dot{\Delta S})]$, и, наконец, элемент длины дуги эквидистанты $\Delta s_{eq} = [(\dot{x}_{eq})^2 + \dot{y}_{eq}{}^2]^{1/2}$.

3. Трисектриса Маклорена

Трисектриса Маклорена (далее – ТМ) является алгебраической кривой 3-го порядка (в отличие двух вышепредставленных лемнискат), информацию о которой см. в работах [10, 20]. Уравнение этой кривой имеет вид [20]: $2x(x^2 + y^2) = a(3x^2 - y^2)$, где – масштабный фактор.

Переходя к безразмерным переменным $x = a\bar{x}/2, y = a\bar{y}/2$, подставляя x и y в приведенное выше уравнение, опуская черточки над x, y (и последующими геометрическими величинами), получим:

$$x(x^2 + y^2) = (3x^2 - y^2). \tag{18}$$

График ТМ иллюстрирует рис. 3, позаимствованный с некоторыми изменениями обозначений из сети Интернет [20].

Из выражения (16) имеем координаты правого конца ТМ: $x_A = 3; y_A = 0$. Дифференцируя уравнение (18), получим:

$$3x^2 - 6x + y^2 + 2y(x + 1)y_x' = 0. \tag{19}$$

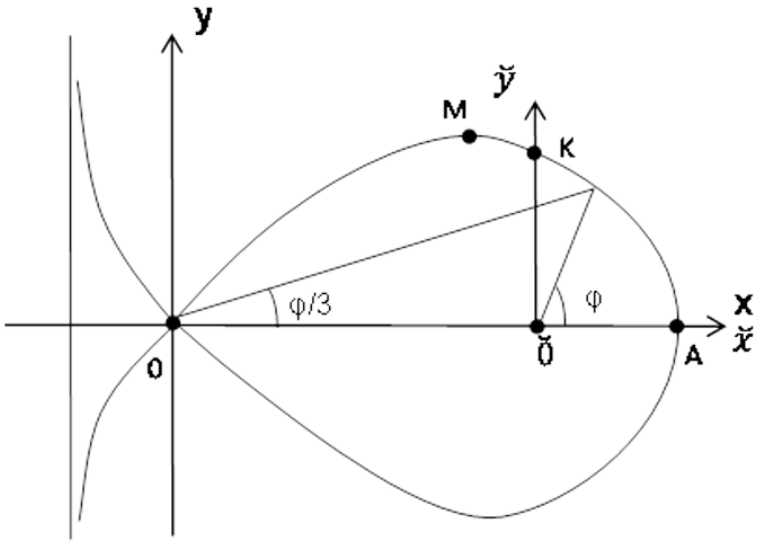

Рис. 3. Трисектриса Маклорена

Для нахождения координат вершины полагаем в уравнение (19) $y_x' = 0$, тогда получим $y_M^2 = 6x_M - 3x_M^2$; подставляя это соотношение в формулу (16), получим $x_M = \sqrt{3} \cong 1{,}732$ и, далее $y_M = [6\sqrt{3} - 9]^{1/2} \cong 1{,}18$.

Для нахождения углов наклона касательных к ТМ в начале координат О (рис. 3) подставим разложение $y = y(0) + y_x'(0)x = kx$ при $x \to 0$ в выражениях (18) или (19), получим $k = \pm\sqrt{3}$, т. е. эти углы равны $\pm\pi/3$. Аналогично подставляя разложение $y = y(3) + y_x'(3)(x-3) = k(x-3)$ в окрестности точки A в выражение (19), получим $k = \mp\infty$, т. е. касательная на правом конце вертикальна (как и для окружности, эллипса и лемнискат).

Введем далее еще прямоугольную систему координат $\tilde{O}\,\tilde{x}\,\tilde{y}$ [10, 20], рис. 3, где ее начало находится в точке (2;0), т. е. $x = \tilde{x} + 2,\ y = \tilde{y}$. Тогда в системе $\tilde{O}\,\tilde{x}\,\tilde{y}$ уравнение ТМ имеет вид:

$$(\tilde{x}+2)[(\tilde{x}+2)^2 + \tilde{y}^2] = 3(\tilde{x}+2)^2 - \tilde{y}^2. \qquad (20)$$

Вводя полярные координаты $\tilde{x} = \rho\cos\varphi,\ \tilde{y} = \rho\sin\varphi,$ (21)

и подставляя их в (18), получим уравнение $\rho^3\cos\varphi + 3C - 4 = 0$,

нужный корень которого есть:

$$\rho = 1/\cos\varphi/3. \qquad (22)$$

Далее:

$$(\rho)_\varphi' = \rho\,\mathrm{tg}(\varphi/3)/3, \qquad (23)$$

а для элемента длины дуги ТМ имеем:

$$\Delta s = [(\tilde{x}_\varphi')^2 + (\tilde{y}_\varphi')^2]^{1/2} = \sqrt{(\rho^2 + [(\rho)_\varphi']^2} = \rho^2\,[1 + 8\cos^2\varphi/3]^{1/2}/3. \qquad (24)$$

Дифференцируя (21) с учетом (22) и (23), получим:

$$\tilde{x}_\varphi' = \rho(\cos\varphi \cdot \mathrm{tg}\varphi/3 - 3\sin\varphi)/3;\ \tilde{y}_\varphi' = \rho(\sin\varphi \cdot \mathrm{tg}\varphi/3 + 3\cos\varphi)/3. \qquad (25)$$

Подставляя (25) в левую часть (24), получим ее правую часть. Расстояния между ЭВ на ТМ определяется интегралом $\int_1^2 \Delta s d\varphi$, однако из-за множителя (22), по-видимому, не выражается через элементарные или специальные функции (отсутствует в обширномсправочнике [21]), поэтому остается использовать квадратурные формулы.

Координаты эквидистанты ТМ определяются формулами (9) и (10), а также (19), (21), (22) и (24), а их производные – формулами (11) и (12) с заменой $x \to \tilde{x}$ и $y \to \tilde{y}$.

Далее, с учетом (24) получаем:

$$(1/\Delta s)_{\varphi}^{/} = -\Delta s_{\varphi}^{/}/\Delta s^2,\ \Delta s_{\varphi}^{/} = 2\rho[\sqrt{\ } - 2\rho\sin 2\varphi/3/(3\sqrt{\ }^2)/3], \quad (26)$$

где $\sqrt{\ } = \sqrt{1 + 8\cos^2\varphi/3}$.

Наконец, используя формулы (21–25), после простых, но несколько долгих манипуляций получаем расчетные формулы для вторых производных координат ТМ:

$$\tilde{x}_{\varphi}^{//} = \rho[\cos\varphi(2 + \mathrm{tg}^2\varphi/3) - 2\sin\varphi \cdot \mathrm{tg}\varphi/3 - 3\cos\varphi]/3, \quad (27)$$

$$y_{\varphi}^{\check{}//} = \rho[\sin\varphi(2 + \mathrm{tg}^2\varphi/3) + 2\cos\varphi \cdot \mathrm{tg}\varphi/3 - 3\sin\varphi]/3. \quad (28)$$

Формулы (25–28) для расчета первых производных координат эквидистанты и далее элемента длины его дуги по формулам (11–13).

Наконец отметим, что предложенная нами проектная конструкция коридора – это участок дуги ТМ МКА (в верхней полуплоскости, рис. 3) плюс эквидистанта и плюс симметричный фрагмент относительно вертикали $K\tilde{O}$, т. е. качественно идентичен рис. 2.

Выводы

В представленной работе приведен алгоритм расчета для оптимального проектирования эвакуационных выходов в зданиях коридорного эквидистантного типа (административных, торговых центрах и т. п.), точнее для коридоров в форме лемнискат Бернулли, Жероно и трисектрисы Маклорена вкупе с эквидистантной кривой. Разработанный алгоритм может быть использован далее для разработки соответствующей программы расчета. Разумеется, выбор той или иной формы коридора – дело эстетических вкусов и возможностей проектировщика. Учитывая фактор трудоемкости, авторское предложение – полуэллипс плюс эквидистанта.

Список литературы

1. *Черноусько Ф.Л.*, *Баничук Н.В.* Вариационные задачи механики и управления (Численные методы). Москва: изд-во «Наука», 1973. 238 с.

2. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях с коридорами эллиптической формы. Схема исследований / *А.В. Голкин, В.Г. Шамонин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2024. № 2 (20). С. 6–12. https://doi.org/10.37657/vniipo.avpb.2024.96.61.001.

3. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного эллиптического типа. Ширина коридора / *А.В. Голкин, В.Г. Шамонин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2024. № 3 (21). С. 6–14. https://doi.org/10.37657/vniipo.avpb.2024.69.92.001.

4. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного эллиптического типа. Геометрические характеристики коридора / *А.В. Голкин, В.Г. Шамонин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2024. № 4 (22). С. 8–14. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2024.92.36.001. EDN AJZRLG.

5. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного эллиптического типа. Алгоритм расчета широких коридоров / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева, П.А. Леончук* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2025. № 2 (24). С. 34–42. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2025.99.56.004. EDN IOTTGC.

6. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного эллиптического типа. Алгоритм расчета узких коридоров / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева, П.А. Леончук* // Актуальные вопросы пожарной без-

опасности. 2025. № 3 (25). С. 16–19. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2025.45.34.002. EDN FYSCXO.

7. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного параболического типа. Схема исследований / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2025. № 4 (26). С. 7–14. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2025.18.28.001. EDN ATPYVC.

8. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного криволинейного типа. Возможность уточнения ширины коридора / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2026. № 1 (27). С. 7–12. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2026.55.83.001. EDN CJFJRL.

9. Проектирование эвакуационных выходов в зданиях коридорного эквидистантного типа. Алгоритм расчета / *В.Г. Шамонин, А.В. Голкин, С.А. Зуев, С.Ю. Хатунцева* // Актуальные вопросы пожарной безопасности. 2026. № 3 (29). С. 14–20. DOI 10.37657/vniipo.avpb.2026.55.83.001. EDN CJFJRL.

10. *Савелов А.А.* Плоские кривые. Систематика, свойства, применения. Справочное руководство // под ред. А.П. Нордена. Изд. 3-е. Москва: Книжный дом «Либроком», 2010. 296 с.

11. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1966. 608 с.

12. Лемниската Бернулли // Википедия: свободная энциклопедия: сайт. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Лемниската_Бернулли?ysclid=mvhtyht7fl939150172 (дата обращения 14.09.2026).

13. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1966. 800 с.

14. *Бейтмен Г., Эрдейи Артур*. Высшие трансцендентные функции. Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1967. 300 с.

15. *Лебедев А.М., Синдяев А.В.* Получение уравнений эквидистанты и примеры ее применения // Научный вестник УВАУ ГА(И). 2014. № 6. С. 30–34.

16. *Валишин А.А., Туманов И.А., Ахунд-заде М.Р.* Компьютерное построение сети эквидистант сложных негладких кривых на местности // Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 2. С. 95–106.

17. *Калиткин Н.Н.* и др. Естественные параболические интерполяционные сплайны // Препринт № 131 ИПМ АН СССР. Москва, 1985. 29 с.

18. *Калиткин Н.Н.* и др. Естественные параболические интерполяционные сплайны // Матем. моделирование. Т. 1. № 11. С. 100.

19. Лемниската Жероно // Википедия: свободная энциклопедия: сайт. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Лемниската_Жероно (дата обращения 14.09.2026).

20. Трисектриса Маклорена // Википедия: свободная энциклопедия: сайт. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Трисектриса_Маклорена (дата обращения 14.09.2026).

21. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1971. 1108 с.

Статья поступила в редакцию 14.09.2026;
одобрена после рецензирования 15.10.2026;
принята к публикации 13.11.2026.

Шамонин Валерий Геннадьевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник. E-mail: k708@yandex.ru; ***Голкин Алексей Викторович*** – заместитель начальника отдела. E-mail: 2102pro@mail.ru; ***Зуев Станислав Анатольевич*** – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник; ***Хатунцева Светлана Юрьевна*** – начальник сектора. E-mail: lu2986@yandex.ru.

Всероссийский ордена “Знак Почета” научно-исследовательский институт противопожарной обороны Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий (ФГБУ ВНИИПО МЧС России), г. Балашиха, Московская область, Россия.

Valery G. Shamonin – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher. E-mail: k708@yandex.ru; ***Alexey V. Golkin*** – Deputy Head of Department. E-mail: 2102pro@mail.ru; ***Stanislav A. Zuev*** – Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher; ***Svetlana Yu. Khatuntseva*** – Chief of Sector. E-mail: lu2986@yandex.ru.

All-Russian Research Institute for Fire Protection (VNIIPO), the Ministry of the Russian Federation for Civil Defence, Emergencies and Elimination of Consequences of Natural Disasters (EMERCOM of Russia), Balashikha, Moscow region, Russia.